Περί Παιδείας
Φροντιστήριο Μ.Ε.

Μαθηματικά – Γ' ΕΠΑ.Λ. 18/6/2020

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

Α1. Θεωρία

Α2.

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

Α3.

α. $f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

β. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

γ. $-\eta\mu x$

Α4.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x^2}+2x\cdot h + h^2 - \cancel{x^2}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}} = 2x$$

Θέμα Β

Β1.

x_i	ν_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
Σύνολο	50	100		

$f_2\% = F_2\% - F_1\% = 70 - 40 = 30\%$

$f_3\% = F_3\% - F_2\% = 90 - 70 = 20\%$

$f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}2 = \frac{10}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}2\cdot\nu = 10 \Leftrightarrow \nu = 50$

$f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}4 = \frac{\nu_1}{50} \Leftrightarrow \nu_1 = 20$

$f_2 = \frac{\nu_2}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}3 = \frac{\nu_2}{50} \Leftrightarrow \nu_2 = 15$

$f_4 = \frac{\nu_4}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}1 = \frac{\nu_4}{50} \Leftrightarrow \nu_4 = 5$

Β2. $f_4\% = 10\%$ των μαθητών έχουν διαβάσει τρία βιβλία

Β3. $\nu_2+\nu_3+\nu_4 = 15+10+5 = 30$ μαθητές διάβασαν τουλάχιστον 1 βιβλίο

Β4. $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 40\% + 30\% + 20\% = 90\%$ των μαθητών διάβασε το πολύ 2 βιβλία

Θέμα Γ

$f(x) = x^3 - \lambda x^2 + 2$

Γ1.

Αφού διέρχεται από το $A(-1,-2) \Rightarrow f(-1) = -2$

$$(-1)^3 - \lambda\cdot(-1)^2 + 2 = -2$$
$$-1 - \lambda + 2 = -2$$
$$-\lambda = -3$$
$$\lambda = 3$$

Άρα η $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Γ2.

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f''(x) = 6x - 6$

Γ3.

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 6x = 0$

$3x(x-2) = 0$

$x = 0$ ή $x = 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x^2-6x$		+	0	−	0	+	
$f'(x)$		+		−		+	
$f(x)$		↗	τ.μ	↘	τ.ε	↗	

Για $x \in (-\infty, 0]$ η $f(x)$ ↗

Για $x \in [0, 2]$ η $f(x)$ ↘

Για $x \in [2, +\infty)$ η $f(x)$ ↗

Για $x = 0$ η $f(x)$ παρουσιάζει τοπ. μέγιστο το $f(0) = 2$

Για $x = 2$ η $f(x)$ παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο το $f(2) = 2^3 - 3\cdot2^2 + 2 = 8 - 3\cdot4 + 2 = -2$

Γ4.

$$\lim_{x\to1}\frac{f'(x)+3}{f''(x)} = \lim_{x\to1}\frac{3x^2-6x+3}{6x-6} = \lim_{x\to1}\frac{3(x^2-2x+1)}{6(x-1)} = \lim_{x\to1}\frac{3(x-1)^{\cancel{2}}}{6\cancel{(x-1)}} =$$

$$= \lim_{x\to1}\frac{x-1}{2} = 0$$

Θέμα Δ

Δ1.

$$f'(x) = 20\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot\left(x^2+4x+5\right)' =$$
$$= 20\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot(2x+4) =$$
$$= 20\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot 2(x+2) =$$
$$= 40\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot(x+2)$$

Δ2.

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h} = f'(-2) = 40\left[(-2)^2+4\cdot(-2)+5\right]^{19}\cdot(-2+2) = 0$$

Δ3.

Μορφή της ευθείας: $y = \lambda x + \beta$

__Βρίσκω το λ__

$$\lambda = f'(x_0) = 40\left(x_0^2+4x_0+5\right)^{19}\cdot(x_0+2)$$

Όμως επειδή είναι // στον $x'x$.

$\downarrow$

$\lambda = 0$

__Βρίσκω το x_0__

$$40\left(x_0^2+4x_0+5\right)^{19}\cdot(x_0+2) = 0$$

$x_0+2=0$ ή $x_0^2+4x_0+5=0$

$x_0 = -2$

$\Delta = 16-4\cdot 1\cdot 5$
$= 16-20$
$= -4$
ΑΔΥΝΑΤΗ

__Βρίσκω το y_0__

$$y_0 = f(x_0) = f(-2)$$
$$= \left[(-2)^2+4\cdot(-2)+5\right]^{20}$$
$$= (4-8+5)^{20}$$
$$= 1^{20} = 1$$

__Βρίσκω το β__

$y_0 = \lambda x_0 + \beta$

$1 = 0\cdot(-2)+\beta$

$\beta = 1$

Άρα η ευθεία είναι η

$$\boxed{y = 1}$$

Δ4.

$A(x, 1)$

$O(0,0)$

$$(AO) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} =$$
$$= \sqrt{(-x)^2+(-1)^2} = \sqrt{x^2+1}$$

Θεωρώ τη συνάρτηση $g(x)=\sqrt{x^2+1}$ με $D_g=\mathbb{R}$

Ρυθμός μεταβολής: $g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\cdot(x^2+1)'$

$$=\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}}\cdot\cancel{2}x=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Για $x=1$ $\quad g'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$