

Μαθηματικά ΓΕΠΑΛ

Πέμπτη 17/6/2021

Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

A1. Σελ. 65 Σχολικό Βιβλίο

A2. Σελ. 28 Σχολικό Βιβλίο

A3. α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

A4. α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

β. $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1.

$$\begin{aligned}f(1) &= 0 \\1 - \alpha + 2 &= 0 \\-\alpha &= -3 \\\alpha &= 3\end{aligned}$$

B2.

Για $\alpha = 3$ έχουμε ότι: $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$
Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ και $x \neq -1$
Άρα $A_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

B3.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{1 - 2}{1 + 1} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

B4.

Η μορφή της εφαπτομένης είναι: $y = \lambda x + \beta$.

Βρίσκω το λ : $\lambda = f'(0)$ με $f'(x) = 2x - 3$

$$\text{Άρα το } \lambda = 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

Βρίσκω το $y_0 = f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$

Βρίσκω το β : $y_0 = \lambda \cdot x_0 + \beta \Leftrightarrow 2 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2$

Άρα η ευθεία είναι η $y = -3x + 2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη Υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	α_i
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

$$f_2 = \frac{v_2}{v} \Leftrightarrow 0,3 = \frac{v_2}{50} \Leftrightarrow v_2 = 15$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} \Leftrightarrow 0,2 = \frac{v_3}{50} \Leftrightarrow v_3 = 10$$

$$\alpha_2 = f_2 \cdot 360 \Leftrightarrow \alpha_2 = 0,3 \cdot 360 \Leftrightarrow \alpha_2 = 108^\circ$$

$$\alpha_3 = f_3 \cdot 360 \Leftrightarrow \alpha_3 = 0,2 \cdot 360 \Leftrightarrow \alpha_3 = 72^\circ$$

Γ2.

$$v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45 \text{ εκπαιδευτικοί}$$

Γ3.

$$f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\% \text{ των εκπαιδευτικών.}$$

Γ4.

Το εμβαδό του χωρίου που σχηματίζεται κάτω από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα (θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.74) ισούται με 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Η περίμετρος ενός ορθογωνίου ισούται με

$$\Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow 80 = 2x + 2y \Leftrightarrow 2y = 80 - 2x \Leftrightarrow y = 40 - x$$

$$E = x \cdot y \Leftrightarrow E(x) = x \cdot (40 - x) \Leftrightarrow E(x) = -x^2 + 40x$$



Επειδή $x > 0$ και $y > 0 \Leftrightarrow 40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$ Άρα $0 < x < 40$

Άρα η συνάρτηση ορίζεται για $x \in (0, 40)$

Δ2.

$$E'(x) = -2x + 40$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 40 = 0 \Leftrightarrow -2x = -40 \Leftrightarrow x = 20$$

	0	20	40
$-2x+40$		+	-
$E'(x)$		+	-
$E(x)$			

Άρα για $x \in (0, 20]$ η $f(x)$ είναι γν. αύξουσα

και για $x \in [20, 40)$ η $f(x)$ είναι γν. φθίνουσα

Δ3.

Για $x=20$ το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο με μέγιστη τιμή:

$$E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400\text{m}^2$$

Δ4.

$x_A, x_B \in [20, 40)$ στο οποίο η $E(x)$ είναι γν. φθίνουσα και επειδή

$$29,5 < 34,2 \Leftrightarrow E(29,5) > E(34,2)$$

Άρα το πρώτο οικόπεδο έχει μεγαλύτερο εμβαδόν από το 2ο.